

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.

Universitetet i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI, Metis.

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

26. mai 2025

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Godkjente formelsamlinger i matematikk og fysikk
Godkjent enkel kalkulator

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 4 sider medregnet forsiden, og inneholder 9 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Utrekning eller begrunnelse må gis i alle oppgaver. Rene kalkulatorsvar godtas ikke.

Oppgave 1

- a) Trekk sammen brøkene, og skriv som kun én brøk.

$$\frac{4}{x-1} - \frac{5}{x+2}$$

- b) Gitt polynomet $P(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$

Vis at $(x - 1)$ er en faktor i $P(x)$, og faktoreriser $P(x)$ mest mulig.

Oppgave 2

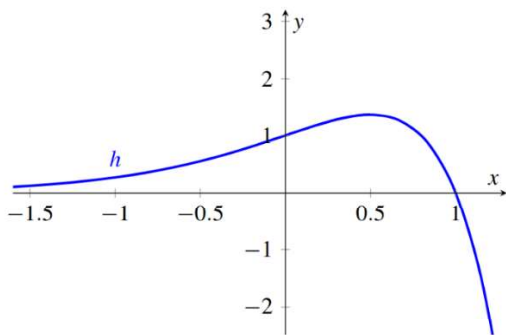
Deriver funksjonene

a) $f(x) = \frac{3x^2-4}{x}$

b) $g(x) = 2 \sin(\pi x) + 2x^3$

Figuren under viser grafen til funksjonen h .

- c) Tegn fortegnslinje for $h(x)$, $h'(x)$ og $h''(x)$



Oppgave 3

Løs ligningene

a) $2 \sin x + 1 = 0 \quad x \in [0, 4\pi)$

b) $\ln x - \ln(x + 1) = 1$

Løs ulikheten

c) $\frac{2x-4}{x+2} \geq 1$

Oppgave 4

Regn ut integralene

a) $\int \frac{2x+1}{x^2+x} dx$

b) $\int_0^1 (2x+1)e^x dx$

Oppgave 5

Trekanten ABC har hjørnepunktene $A(2, 0, -1)$, $B(-1, 1, 3)$ og $C(1, 4, 4)$

a) Finn $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ og $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

b) Vis at ligningen til planet β utspent av punktene A, B og C kan skrives som

$$\beta: x - y + z = 1$$

c) $P(2, 6, 2)$ er toppunktet i en pyramide der $\triangle ABC$ er grunnflaten.
Finn volumet til pyramiden.

d) En linje l står normalt på planet β og går gjennom punktet P .
Linja l skjærer xy -planet i punktet Q . Finn koordinatene til Q .

Oppgave 6

I en aritmetisk rekke er det første leddet 5 og differansen mellom hvert ledd er 8.

a) Finn de fem første leddene i rekka, og finn summen av de 72 første leddene.

b) Hvor mange ledd må det være i rekka for at summen skal bli minst 5 000,
og hva er da verdien til det siste leddet?

Oppgave 7

Arealet av en rettvinklet trekant er 16 m^2 . Summen av katetene er lik 12 m .

Hvor lange er katetene?

Oppgave 8

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = (x - 2)e^x$$

a) Bestem definisjonsområdet og eventuelle nullpunkter til f

b) Vis at den deriverte til f blir

$$f'(x) = e^x(x - 1)$$

c) Bestem eventuelle topp- og bunnpunkter til f , og bestem funksjonens monotoniegenskaper. Skriv svar med eksakte verdier.

d) Tegn grafen til f . Marker eventuelle nullpunkter, topppunkter og bunnpunkter.

e) Finn ligningen for tangenten til grafen i punktet $(-1, f(-1))$. Skriv svaret med eksakte verdier.

Oppgave 9

Ved hjelp av andregradsformelen har det blitt laget følgende kode som løser alle andregradslikninger på formen $ax^2 + bx + c = 0$.

Linje 1 kan erstattes med: `from pylab import *`

```
1 from math import sqrt
2
3 a = float(input("a ="))
4 b = float(input("b ="))
5 c = float(input("c ="))
6
7 d = 
8
9 if d < 0:
10     print("")
11 elif d == 0:
12     print("", -b/(2*a))
13 else:
14     x_1 = (-b + sqrt(d))/(2*a)
15     x_2 = (-b - sqrt(d))/(2*a)
16     print("Likningen har to løsninger: x = ", x_1, "og x =", x_2)
```

a. I linje 7 skjules en del av koden under den sorte boksen. Hva skal det stå der? Skriv svaret slik du ville gjort i koden.

b. Finn en passende tekst som kan skrives i de to røde boksene i linje 10 og 12.