EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER
Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.
Universitetet i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI, Metis.

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

20. mai 2022

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Alle skriftlige hjelpemidler, alle kalkulatorer, og programmet GeoGebra.

Andre opplysninger:

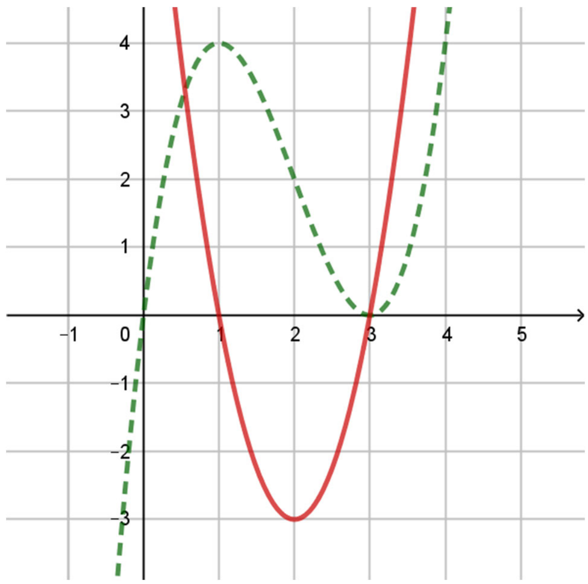
Oppgavesettet består av 4 sider medregnet forsiden, og inneholder 10 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Utregning eller begrunnelse må gis i alle oppgaver. Rene kalkulatorsvar godtas ikke.

Erklæring: Ved innlevering av dette oppgavesettet, erkjenner jeg at jeg hverken har fått eller gitt relevant informasjon, tilknyttet svar eller løsningsmetoder til oppgavene i dette settet, fra eller til andre personer.

Oppgave 1



Figuren viser en funksjon $f(x)$ og dens deriverte $f'(x)$.

a) Bruk figuren til å tegne fortegnslinjene for $f(x)$, $f'(x)$ og $f''(x)$.

b) Finn et funksjonsuttrykk for tredjegradsfunksjonen $f(x)$.

Oppgave 2

Gitt koordinatene til de tre hjørnene i en trekant ABC: $A(1,2,1)$, $B(2,1,0)$ og $C(4,3,6)$.

a) Regn ut vektorene: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ og $3\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

b) Regn ut vinkel C i trekanten.

c) Regn ut arealet av trekanten.

d) Regn ut en likning for planet α gjennom punktene A, B og C.

e) Gitt et punkt D som ligger på z-aksen. Finn koordinatene til punktet D slik at $\overrightarrow{AD}$ står vinkelrett på $\overrightarrow{AB}$.

Oppgave 3

Gitt funksjonen $f(x) = (1-x) \cdot e^x$. Alle svar på denne oppgaven skal oppgis med eksakte verdier.

a) Regn ut eventuelle skjæringspunkter med koordinataksene.

b) Regn ut eventuelle topp- eller bunnpunkter og beskriv monotoniegenskapene til f.

c) Regn ut eventuelle vendepunkter og finn krumningsegenskapene til f.

d) Regn ut tangenten til funksjonen i punktet $\left(1, f(1)\right)$.

Oppgave 4

Gitt et trapes ABCD. Siden BC er parallell med siden AD. $BC = 4$, $BD = 2$,

$\angle ABC = 90°$ og $\angle DBC = \beta$. $\beta \in \langle 0°, 90° \rangle$

a) Vis at arealet til trapeset kan skrives som $A(\beta) = 4\sin(\beta) + \sin(2\beta)$.

b) Bruk derivasjon til å finne ut for hvilken verdi av β trapeset får størst mulig areal.

Oppgave 5

Regn ut summen av alle hele tall mellom 100 og 1000 som er delelige med 6.

Oppgave 6

Vinkelen x er slik at $\sin x = \frac{1}{5}$. I tillegg er $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

a) Regn ut eksaktverdier til $\cos x$, $\sin 2x$, $\cos 2x$ og $\tan 2x$.

b) Tegn enhetssirkelen og bruk denne til å finne eksaktverdier til:

$\sin(-x)$, $\cos(\pi - x)$ og $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

Oppgave 7

Gitt funksjonen $f(x) = \frac{x+1}{x^2+5x+6}$, $x \in [0, \rightarrow\rangle$.

a) Vis ved hjelp av derivasjon at: $\int f(x)\ dx = \ln{(x+3)^2} - \ln{(x+2)} + C$
$(C\ er\ en\ konstant)$

b) Regn ut arealet begrenset av x-aksen, y-aksen, $f(x)$, linja $x = 0$ og linja $x = 2$. Regn eksakt.

c) Regn ut asymptotene til $f(x)$.

Oppgave 8

I en klasse er det 28 elever. 7 av elevene er jenter. To av jentene har med seg matpakke på skolen. Av guttene er det $\frac{1}{3}$ som har med seg matpakke på skolen.

a) Tegn et valgtre og et venndiagram som kartlegger denne situasjonen. Både valgtreet og venndiagrammet skal inneholde tall for de mengdene du illustrerer.

b) Regn ut sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev er jente som har med seg matpakke på skolen.

c) Regn ut sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev har med seg matpakke på skolen.

d) Vi plukker ut en elev som har med seg matpakke på skolen. Regn ut sannsynligheten for at denne eleven er en gutt.

Oppgave 9

Gitt funksjonen $f(x) = \sqrt{x}(1 + x^2)$

Vi roterer flatestykket mellom x-aksen, linja $x = 1$ og $f(x)$ $360°$ om x-aksen.

Regn ut volumet av omdreiningslegemet vi da får.

Oppgave 10

Gitt differensiallikningen

$$y' = \frac{2x \ln x}{y}, \qquad x > 0, \quad y > 0.$$

a) Vis at differensiallikningen har generell løsning $y = \sqrt{2\,x^2 \ln x - x^2 + C}$.

b) Finn den løsningen av differensiallikningen som er slik at $y = 2$ når $x = 1$.