

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for ingeniørutdanning og maritim høgskoleutdanning

Universitetet i Stavanger, Universitetet i Tromsø, Høgskolen i Buskerud og Vestfold,
Høgskolen i Sogn og Fjordane, Høgskolen i Sør-Trøndelag, Høgskolen i Telemark,
Høgskolen i Østfold, Høgskolen i Ålesund, Sjøkrigsskolen, Rogaland kurs- og kompetansesenter,
Høgskolen i Oslo og Akershus

Eksamensoppgave

2. juni 2014

MATEMATIKK

Bokmål

Eksamenstid:
5 timer

Hjelpemidler:
Godkjent tabell og kalkulator.

Andre opplysninger:
Dette oppgavesettet inneholder seks oppgaver med deloppgaver.
Du skal svare på alle oppgavene og deloppgavene.

Oppgavesettet har fire tekstsider medregnet forsiden.

OPPGAVE 1

Gjør uttrykkene så enkle som mulig:

a) $\frac{2x^2-8}{2x+8} \cdot \frac{3x+6}{x+4} =$

b) $\left(\frac{a}{27}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{6a^3}{a^2} \cdot \frac{\sqrt[3]{a^2}}{2} =$

Løs likningene ved regning:

c) $e^{2x} - 3e^x = 18$

d) $(x-1)\sqrt{2} = \sqrt{x}$

e) $5\sin x - 1 = 0 \quad x \in [0, 2\pi)$

Løs integralene ved regning:

f) $\int 2x \cdot \sqrt{x^2 - 7} dx$

g) $\int x \ln x dx$

OPPGAVE 2

En funksjon f er definert ved $f(x) = 2x^3 - 8x$ $D_f = \mathbb{R}$

- Faktoriser funksjonsuttrykket så mye som mulig. Finn nullpunktene til f .
- Regn ut likningen for tangenten i punktet $(1, f(1))$.
- Bruk $f''(x)$ til å undersøke hvordan grafen til f krummer. Tegn grafen og tangenten fra oppgave b) i samme koordinatsystem.
- Grafen til f og den positive delen av x-aksen avgrensner en flate. Finn ved regning arealet av denne flata.

OPPGAVE 3

Vi har funksjonen $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

- Finn ved regning eventuelle nullpunkt og asymptoter til funksjonen.
- Deriver funksjonen og finn ved regning eventuelle topp- og bunnpunkter.

Vi trekker tilfeldig 5 kuler (uten å legge tilbake) fra en bolle med 8 hvite og 2 sorte kuler.

- Finn sannsynligheten for at den første kula vi trekker er hvit.
Finn sannsynligheten for at alle de fem kulene vi trekker er hvite.
Finn sannsynligheten for at nøyaktig en av de fem kulene vi trekker er sort.

Gitt rekka:

$$1 + 2 \ln x + (2 \ln x)^2 + (2 \ln x)^3 + \dots$$

- Hvilken type rekke er dette?

For hvilken verdi av x er summen av rekka lik 3.

OPPGAVE 4

Hjørnene i trekanten ABC har koordinatene $A(3,0,0)$, $B(0,3,2)$ og $C(-2,0,4)$.

- Regn ut \overrightarrow{AB} , $|\overrightarrow{AB}|$ og $\angle A$ i trekanten.
- Regn ut koordinatene til punkt D når $\overrightarrow{CD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
- Vis ved regning at likningen for planet α utspent av punktene A, B og C er

$$12x+2y+15z-36=0$$

Et punkt E har koordinatene $(0, y, z)$

- Regn ut koordinatene til E når \overrightarrow{AE} står vinkelrett på både \overrightarrow{AB} og \overrightarrow{AC} .

Punktene A, B, C og origo danner en pyramide.

- Regn ut volumet av denne pyramiden.

OPPGAVE 5

Norges utslipp av SO_2 målt i tusen tonn per år, utviklet seg i perioden 1980-1999 i godt samsvar med modellen:

$$S(x) = 140e^{-0,104x}$$

$S(x)$ er utslippet x år etter 1980.

- Finns ved regning hva SO_2 -utslippet var i 1996. Regn også ut hvilket år utslippet var ca. 67,6 tusen tonn.
- Regn ut det tilnærmede samlede utslippet i perioden ved å regne ut et integral.

Hvilken annen metode kan benyttes for å regne ut det samlede utslippet? Hvorfor ville vi ikke fått helt samme svar med denne metoden? Du trenger ikke gjennomføre utregningen.

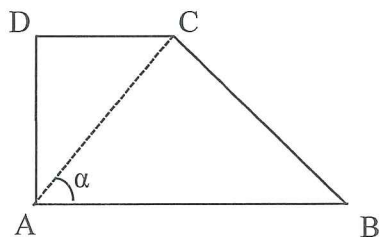
OPPGAVE 6

I trekanten ABC er $\angle A = 40^\circ$, $AB = 6$ og $AC = 4$.

- Regn ut arealet til trekanten, lengden av siden BC og $\angle C$.

I trapeset $ABCD$ er AB og CD de parallelle linjene.

$AB = 6$, $AC = 4$, $\angle A = 90^\circ$ og $\angle CAB = \alpha$



- Vis at arealet til trapeset kan skrives som $A(\alpha) = 12 \sin(\alpha) + 4 \sin(2\alpha)$.
- Bruk derivasjon til å finne den vinkelen som gir størst areal. Hva er arealet da?