EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for ingeniørutdanning og maritim høgskoleutdanning

Universitetet i Stavanger, Universitetet i Tromsø, Høgskolen i Buskerud,
Høgskulen i Sogn og Fjordane, Høgskolen i Sør-Trøndelag, Høgskolen i Telemark,
Høgskolen i Østfold, Høgskolen i Ålesund, Sjøkrigsskolen, Rogaland kurs- og kompetansesenter,
Høgskolen i Vestfold

Eksamensoppgave

31. mai 2013

MATEMATIKK

Bokmål

Eksamenstid:
5 timer

Hjelpemidler:
Godkjent tabell og kalkulator.

Andre opplysninger:
Dette oppgavesettet inneholder fire oppgaver med deloppgaver.
Du skal svare på alle oppgavene og deloppgavene.

Oppgavesettet har tre tekstsider medregnet forsiden.

Oppgave 1

a) Polynomet $P(x) = ax^2 + bx + c$ har nullpunkt for $x = -2$ og toppunkt i $(0,12)$.

Bestem verdiene på koeffisientene *a*, *b* og *c*.

b) Gitt funksjonen $f(x) = -3x^2 + 12$

1. Regn ut $\int f(x)dx$
2. Regn ut arealet avgrenset av $f(x)$ og x – aksen.

c) Regn ut integralene:

1. $\int 2x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} dx$
2. $\int_1^2 x \ln x dx$
3. $\int \frac{x^2 + x + 3}{x - 1} dx$

d) En høgskole har 800 studenter med sertifikat. Det er 520 gutter og resten jenter. Det viser seg at hele 25% av guttene har fått bøter for å ha kjørt for fort mens dette gjelder kun 7% av jentene.

1. Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig utvalgt student med sertifikat er bøtelagt?
2. Vi trekker en student med sertifikat og det viser seg at denne studenten er bøtelagt. Hva er sannsynligheten for at vi trakk ei jente?

e) Deriver funksjonene:

1. $f(x) = 3x^2 - 2\ln x + 3^{2x}$
2. $g(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} + x \ln x$

Oppgave 2

Gitt to vektorer i rommet: $\overrightarrow{OB} = [1,2,2]$ og $\overrightarrow{BC} = [0,1,-2]$.

a) *OBC* danner en trekant. Benytt vektorregning til å vise at vinkel $B = 72,7^\circ$.

Vi plasserer punkt *O* i origo slik at $O(0,0,0)$.

b) Regn ut koordinatene til punkt *C*. Hva blir arealet av trekanten *OBC*?

c) Planet α går gjennom trekanten *OBC*. Vis at en likning for α kan være

$-6x + 2y + z = 0$

d) Bestem den minste vinkelen mellom planet α og *y*-aksen.

e) Gitt punktet $T(4,4,5)$. Bestem den korteste avstanden fra T til planet α.

Oppgave 3

Temperaturen i en industrihall varierer periodisk over tid. Temperaturen kan med god tilnærming beskrives ved funksjonen: $T(x)=3\sin\left(0,25x-2\right)+18 \quad x\in\left[0,24\right]$ der T er temperaturen i grader Celsius x antall timer etter midnatt.

a) Bestem funksjonens periode, amplitude og likevektslinje.

b) Tegn grafen til funksjonen T.

c) Hva blir den høyeste temperaturen i hallen? Når er temperaturen høyest?

d) Vis at $T'(x)=0,75\cos(0,25x-2)$. Regn også ut $T''(x)$

e) Benytt resultatene i d) til å regne ut når temperaturen synker raskest. Hvor mye synker den da pr tidsenhet?

Oppgave 4

a) Løs likningene:

1. $\ln x^2+6=0$
2. $2^x+6=4^x$

b) Løs ulikheten: $\dfrac{x^2-6x+7}{x-1}\le -1$

c) I en uendelig geometrisk rekke har vi leddene $a_2=-1920$ og $a_5=30$.

1. Vis ved regning at $k=-\dfrac{1}{4}$. Bestem summen S_5
2. Forklar hvorfor rekka konvergerer. Hva er summen av den uendelige rekka?

d) I et rett prisme med rektangulær grunnflate er den lengste siden i grunnflata dobbelt så lang som den korteste siden. Overflaten av prismet er $12dm^3$

1. Vis at høyden i prismet er gitt ved $h=\dfrac{2}{x}-\dfrac{2}{3}x$ der x er lengden av den korteste siden.
2. Vis at volumet av prismet er $V=4x-\dfrac{4}{3}x^3$.
3. Regn ut den x-verdien som gir det største prismevolumet. Hva er volumet da?