

# EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

## **Forkurs for ingeniørutdanning og maritim høgskoleutdanning**

Universitetet i Stavanger, Universitetet i Tromsø, Høgskolen i Buskerud,  
Høgskulen i Sogn og Fjordane, Høgskolen i Sør-Trøndelag, Høgskolen i Telemark,  
Høgskolen i Vestfold, Høgskolen i Østfold, Høgskolen i Ålesund, Sjøkrigsskolen

### **Eksamensoppgave**

**30. mai 2012**

## **MATEMATIKK**

### **Bokmål**

**Eksamenstid:  
5 timer**

**Hjelpemidler:**  
Godkjent tabell og kalkulator.

**Andre opplysninger:**  
Dette oppgavesettet inneholder fire oppgaver med deloppgaver.  
Du skal svare på alle oppgavene og deloppgavene.

Oppgavesettet har fire tekstsider medregnet forsiden.

## OPPGAVE 1

a) Skriv så enkelt som mulig:

1)  $e^{\ln(\frac{1}{2}) + \ln(2)}$

2)  $32^{\frac{2}{5}} \cdot 4a \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^2$

b) Løs likningen ved regning:  $\cos 2x = \frac{1}{2}$  der  $x \in [0, 2\pi]$

c) Løs likningen ved regning:  $\sqrt{x^2 + 16} = \sqrt{2} x$

d) Løs likningssettet grafisk eller ved regning:

I:  $4x - y = 2$

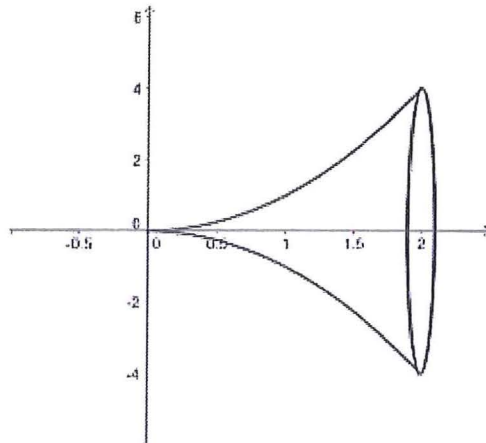
II:  $x + y = 3$

e)

1) En uendelig geometrisk rekke har  $a_1 = 5$  og  $k = \ln 6 - 2$ . Begrunn hvorfor rekka er konvergent og finn summen.

2) En uendelig geometrisk rekke har  $a_1 = 5$  og  $k = \ln x - 2$ . For hvilke verdier av  $x$  er rekka konvergent?

f) Figuren nedenfor viser omdreiningslegemet som dannes når vi dreier grafen til  $g(x) = x^2$   $360^\circ$  om  $x$ -aksen fra  $x = 0$  til  $x = 2$ . Beregn volumet av omdreiningslegemet.



g) Regn ut integralet:  $\int x \sin x dx$

h) Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt forkursstudent stryker i norsk til eksamen er 4%. Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt student stryker i engelsk er 5%.

Sannsynligheten for at en student som stryker i engelsk også stryker i norsk er 30%.

Finn sannsynligheten for at en student som stryker i norsk også stryker i engelsk.

## OPPGAVE 2

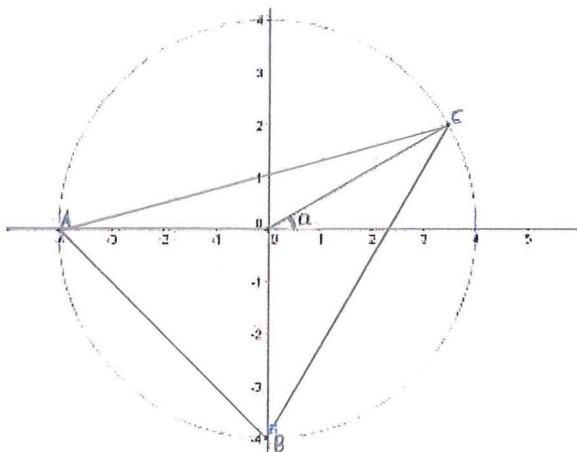
Gitt funksjonen  $f(x) = \frac{3x^2 - 48}{x^2 - 4}$

- Finn nullpunktene til  $f$ .
- Vis at  $f'(x) = \frac{72x}{(x^2 - 4)^2}$  og regn ut koordinatene til bunnpunktet til  $f$ .
- Finn eventuelle asymptoter til  $f$ .
- Regn ut likningen for tangenten til  $f$  i punktet  $(4, f(4))$ .
- Vis ved polynomdivisjon at uttrykket for  $f$  kan skrives  $f(x) = 3 - \frac{36}{x^2 - 4}$ . Bruk dette til å regne ut arealet av området begrenset av grafen til  $f$  og linjene  $x = -1$  og  $x = 1$ .

## OPPGAVE 3

- Bruk formelen for sinus til en sum av to vinkler til å finne en eksakt verdi for  $\sin 120^\circ$ .
  - Vis at  $\sin(90^\circ + v) = \cos(v)$ .

Figuren nedenfor viser en sirkel med sentrum i origo og radius 4. Trekanten  $ABC$  har hjørner i  $A(-4, 0)$ ,  $B(0, -4)$  og  $C$  på sirkelen. Vinkelen mellom  $x$ -aksen og  $OC$  er  $\alpha$



- Regn ut arealene av trekantene  $COB$  og  $ABC$  dersom  $\alpha = 30^\circ$

Vi lar  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ .

- Bruk at  $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$  og  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$  til å vise at vi kan uttrykke arealet av trekanten  $ABC$  som  $A(\alpha) = 8 + 8 \cos \alpha + 8 \sin \alpha$
- Bestem ved regning den vinkelen  $\alpha$  som gir det største arealet av trekanten  $ABC$ .

#### OPPGAVE 4

Gitt punktene  $A(3,2,1)$ ,  $B(6,7,-3)$  og  $C(0,5,1)$

- a) Regn ut  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  og vinkelen mellom disse to vektorene.
- b) Regn ut arealet av trekanten  $ABC$ .
- c) Vis ved regning at likningen for planet  $\alpha$  utspent av punktene  $A$ ,  $B$  og  $C$  er  $x + y + 2z - 7 = 0$
- d) Vis at punktet  $D(2,5,0)$  ligger i planet  $\alpha$ .
- e) Gitt  $\vec{v} = [1,1,2]$ . Regn ut koordinatene til punktet  $E$  når  $\overrightarrow{DE} = \vec{v}$ . Finn en parameterfremstilling av linja gjennom  $D$  og  $E$ .
- f) Vis at punktet  $T(4,7,4)$  ligger på linja gjennom  $D$  og  $E$ . Finn høyden av pyramiden  $ABCT$  der  $T$  er pyramidens toppunkt.