

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER**Forkurs for ingeniørutdanning og maritim høgskoleutdanning**

Universitetet i Stavanger, Universitetet i Tromsø, Høgskolen i Buskerud,
Høgskolen i Sogn og Fjordane, Høgskolen i Sør-Trøndelag, Høgskolen i Telemark,
Høgskolen i Vestfold, Høgskolen i Østfold, Høgskolen i Ålesund,
Bergen fagskole, Høgskolen i Nesna, Sjøkrigsskolen

Eksamensoppgave**31. mai 2010****MATEMATIKK****Bokmål****Eksamenstid:
5 timer****Hjelpemidler:**
Godkjent tabell og kalkulator.**Andre opplysninger:**
Dette oppgavesettet inneholder fem oppgaver med deloppgaver.
Du skal svare på alle oppgavene og deloppgavene.

Oppgavesettet har fire tekstsider medregnet forsiden.

OPPGAVE 1

a) Regn ut og gi svarene i eksakte verdier.

$$1. \frac{\sqrt{3} \cdot 3^{\frac{3}{2}}}{\sqrt[3]{27} \cdot 3^{-1}}$$

$$2. \sin 15^\circ$$

3. En sylinder har volumet $V = 54\pi$ og høyden 6.
Regn ut sylinderens overflate.

b) Løs likningene ved regning.

$$1. \sqrt{7-x} = x-1$$

$$2. e^x(e^x - 5) = -6$$

c) Deriver funksjonene

$$1. f(x) = x \ln x$$

$$2. g(x) = 2 \sin(3x)$$

$$3. h(x) = \frac{2^x}{x}$$

d) Løs integralene

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos(3x) dx$$

$$2. \int \frac{3x+2}{x^2-2x} dx$$

$$3. \int (x^2 - 1)^2 dx$$

OPPGAVE 2

a) Ei jente trener til Oslo maraton (42,195km) og har lagt opp ett motiverende treningsløp. Først løper hun 20 km fra A til B. Deretter snur hun og løper halve distansen tilbake, så snur hun igjen og løper halvparten av denne distansen og slik fortsetter hun. Hver gang hun snur løper hun altså halvparten av forrige distanse, men i motsatt retning.

1. Den totale distansen hun løper kan uttrykkes som en geometrisk rekke. Bruk formelen for en endelig geometrisk rekke til å beregne distansen hun har løpt rett etter å ha snudd den femte gangen.
2. Hvor langt kan hun maksimalt løpe på denne måten? Når hun en hel maraton?
3. Dersom hun snur "uendelig antall ganger" vil hun stadig nærme seg et punkt P. Benytt kunnskapen din om geometriske rekker til å regne ut avstanden mellom startpunktet A og punktet P.

- b) I en populasjon er 80% av innbyggerne vaksinert mot influensa. Sannsynligheten for å få influensa dersom en er vaksinert er 2% mens sannsynligheten er 35% for de uten vaksine.

Vi definerer hendelsene:

- A: Personen er vaksinert
B: Personen har fått influensa

1. Regn ut sannsynligheten for at en tilfeldig utvalgt person har fått influensa.
2. Regn ut sannsynligheten for at en person ikke er vaksinert gitt at vi vet han har influensa.

OPPGAVE 3

- a) Løs likningen $\sin x = \frac{1}{2}$ $x \in [0, \pi]$

En trekant ABC er gitt ved at $AB = 10$ og $\angle A = 30^\circ$.

- b) Angi det intervallet lengden på side BC må ligge i for at vi skal kunne få to ulike trekanter.
- c) Regn ut sider og vinkler i ABC dersom $BC = 8$.

OPPGAVE 4

En speiderpatrolje skal sette opp et telt med firkantet grunnflate. Grunnflaten plasseres i xy -planet og hjørnene ABCD i firkanten er gitt med koordinatene $A(-1,-2,0)$, $B(6,-1,0)$, $C(6,3,0)$ og $D(0,2,0)$. Alle akser har enheten meter.

- a) Bestem ved regning om side AB er parallell med side CD.
- b) Regn ut arealet av grunnflaten ABCD

En teltstang med lengde 3 meter settes vertikalt opp fra grunnflaten og får toppunktet $T(3,1,3)$.

- c) Bestem likningen til planet α som går gjennom punktene A, D og T.
- d) Bestem vinkelen mellom planet α og grunnflaten.

OPPGAVE 5

Gitt funksjonen $f(t) = t \ln t - 2t = t(\ln t - 2) \quad t \in [1, 20]$

- a) Skisser grafen til f , og løs likningen $f(t) = 0$ ved regning.
- b) Deriver funksjonen f , og benytt den deriverte til å regne ut bunnpunktet til funksjonen f .
- c) Regn ut $\int f(t) dt$

Funksjonsverdien $f(t)$ uttrykker inntekter pr måned til et industriprosjekt over 19 måneder. En negativ funksjonsverdi vil da representere en negativ inntekt, altså en kostnad. Det er typisk at kostnadene dominerer i startfasen av prosjektet og at inntektene kommer etter hvert. Benytt utregningene ovenfor til å besvare spørsmålene fra prosjektets økonomiavdeling. Husk å grunngi svarene ved regning og/ eller resonnement. Enheter for $f(t)$ er 100 000 kr/måned og t er måneder.

- d) Hvor lang tid fra prosjektstart tar det før det kommer inntekter til prosjektet?
- e) Beregn samlede kostnader i prosjektet.
- f) Hva kan vi forvente å tjene i hele prosjektperioden?